



UNIVERSIDAD  
DE LA RIOJA

Pruebas de Acceso a la Universidad (LOE)  
Curso 2014 / 2015  
Convocatoria: Junio  
ASIGNATURA: MATEMÁTICAS

El alumno contestará a los ejercicios de una de las dos propuestas (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a ejercicios de una propuesta y a ejercicios distintos de la otra. Es necesario justificar las respuestas.

Se permite el uso de calculadoras científicas siempre que no sean programables ni gráficas ni calculen integrales. Si algún alumno es sorprendido con una calculadora no autorizada, podrá ser expulsado del examen; en todo caso, se le retirará la calculadora sin que tenga derecho a que le proporcionen otra.

Tiempo: Una hora y media.

#### PROPUESTA A:

1.- (1.5 puntos) Para cada número real  $a$ , la matriz

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

tiene determinante  $|A| = (a - 1)^3$ . A partir de este hecho, halla el determinante de las siguientes matrices:

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} a+1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & a & 1 & 1 \\ 2 & 1 & a & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 2a & 2 & 2 & 2 \\ 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

2.- (2.5 puntos) Sea  $g$  la función tal que  $g(\frac{\pi}{2}) = 0$  y su derivada es igual a

$$g'(x) = \frac{\operatorname{sen} x}{x}, \quad x > 0.$$

- (i) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $g$  en el punto  $(\frac{\pi}{2}, 0)$ .
- (ii) Sea  $h(x) = \frac{g(x)}{x}$ . Calcula  $h'(\frac{\pi}{2})$ .
- (iii) Determina  $\int x^2 g'(x) dx$ .

3.- (3 puntos) Sea  $f(x) = \sqrt{x^2 - x + 1}$ .

- (i) Determina el dominio de  $f$ .
- (ii) Halla sus asíntotas.
- (iii) Determina los extremos relativos y estudia la monotonía de  $f$ .
- (iv) Dibuja la gráfica de  $f$  destacando los elementos hallados anteriormente.

4.- (3 puntos) Consideremos el punto  $P(6, -1, 5)$  y la recta

$$r : \begin{cases} x = 5 + t, \\ y = -t, \\ z = 1 - 2t, \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}.$$

- (i) Halla la ecuación del plano,  $\pi$ , perpendicular a  $r$  que contiene a  $P$ .
- (ii) Determina el punto  $Q$  donde la recta  $r$  corta al plano  $\pi$ .
- (iii) Determina el punto  $S$  simétrico de  $P$  respecto a la recta  $r$ .



UNIVERSIDAD  
DE LA RIOJA

Pruebas de Acceso a la Universidad (LOE)  
Curso 2014 / 2015  
Convocatoria: Junio  
ASIGNATURA: MATEMÁTICAS

El alumno contestará a los ejercicios de una de las dos propuestas (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a ejercicios de una propuesta y a ejercicios distintos de la otra. Es necesario justificar las respuestas.

Se permite el uso de calculadoras científicas siempre que no sean programables ni gráficas ni calculen integrales. Si algún alumno es sorprendido con una calculadora no autorizada, podrá ser expulsado del examen; en todo caso, se le retirará la calculadora sin que tenga derecho a que le proporcionen otra.

Tiempo: Una hora y media.

#### PROPUESTA B:

1.- (1.5 puntos) Para cada número real  $a$ , la matriz

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

tiene determinante  $|A| = (a - 1)^3$ . A partir de este hecho, halla el valor del determinante de las siguientes matrices:

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} a+1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & a & 1 & 1 \\ 2 & 1 & a & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 2a & 2 & 2 & 2 \\ 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

2.- (2.5 puntos) Sea  $g$  la función tal que  $g(\frac{\pi}{2}) = 0$  y su derivada es igual a

$$g'(x) = \frac{\text{sen } x}{x}, \quad x > 0.$$

(i) Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $g$  en el punto  $(\frac{\pi}{2}, 0)$ .

(ii) Sea  $h(x) = \frac{g(x)}{x}$ . Calcula  $h'(\frac{\pi}{2})$ .

(iii) Determina  $\int x^2 g'(x) dx$ .

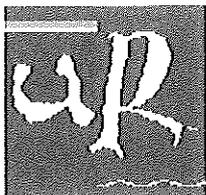
3.— (3 puntos) Si  $a$  y  $b$  son números reales arbitrarios, consideramos la función

$$f(x) = \begin{cases} a \operatorname{sen} x + b \operatorname{cos} x, & \text{si } x < \frac{\pi}{2}, \\ \operatorname{sen}^2 x - a \operatorname{cos} x, & \text{si } x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

- (i) Estudia, según los valores de  $a$  y  $b$ , la derivabilidad de la función  $f$ .
- (ii) Calcula la función derivada  $f'(x)$  en los casos en que  $f(x)$  sea derivable en todo su dominio.

4.— (3 puntos) Discute el siguiente sistema de ecuaciones, según el valor de  $\alpha$ , y resuélvelo cuando sea compatible determinado:

$$\begin{cases} x + y + z & = 2\alpha - 1, \\ 2x + y + \alpha z & = \alpha, \\ x + \alpha y + z & = 1. \end{cases}$$



### CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

(1) Se sugiere un tipo de corrección positivo, es decir, partiendo de cero y sumando puntos por los aciertos que el alumno vaya obteniendo.

(2) Como excepción al apartado anterior, los errores muy graves, del tipo

$$\sqrt{a^2 + b^2} = a + b, \quad \frac{\ln x}{x} = \ln, \quad \int \frac{x}{x^2 + 3} = \int \left( \frac{1}{x} + \frac{x}{3} \right),$$

se penalizarán especialmente, y pueden suponer un 0 en el apartado en el que se hayan cometido.

(3) Se deberá valorar la exposición lógica y la coherencia de las respuestas, tanto en cuestiones teóricas como prácticas. Algunos ejemplos:

- (a) Si al resolver un sistema de ecuaciones, el alumno comete un error **numérico**, y el desarrollo posterior es coherente con dicho error, no se prestará especial atención siempre y cuando el problema no haya quedado reducido a uno trivial.
- (b) En la representación gráfica de funciones, se valorará la coherencia del dibujo con los datos obtenidos previamente por el alumno. (Vale aquí la misma excepción que en el párrafo anterior.)

(4) La puntuación máxima que se puede obtener en cada ejercicio viene señalada en la copia del examen que se entrega al alumno. Si alguno de los apartados tiene a su vez subapartados, se deberá distribuir razonablemente el número de puntos entre los mismos (no necesariamente debe darse el mismo peso a cada subapartado).

(5) Si un alumno da una respuesta acertada a un problema escribiendo sólo los resultados, sin el desarrollo lógico de cómo los ha obtenido, la puntuación en este apartado no podrá ser superior al 40 % de la nota máxima prevista.

(6) La calificación será la suma de las puntuaciones obtenidas en cada ejercicio de una sola propuesta.

